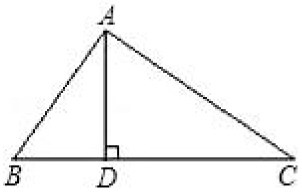
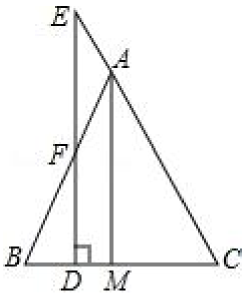
13.3.1 等腰三角形（2）

一．解答题（共 3 小题）

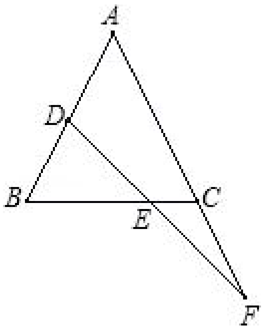
1．如图，AD 为$\triangle ABC$ 的高，$\angle B=2\angle C$，$BD=5$，$BC=20$．求 AB．



2．如图，在$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，AM 是 BC 边的中线，点 E 在 CA 的延长线上，$ED\parallel AM$ 交 BC 于 D，交 AB 于 F，求证：$AE=AF$．



3．如图，已知$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，D、E 分别是 AB 和 BC 上的点，连接 DE 并延长与 AC 的延长线交于点 F，若 $DE=EF$，求证：$BD=CF$．

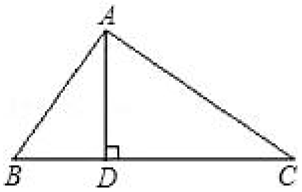


13.3.1 等腰三角形（2）

参考答案与试题解析

一．解答题（共 3 小题）

1．如图，AD 为△ABC 的高，∠B＝2∠C，BD＝5，BC＝20．求 AB．



【分析】根据已知条件知：$BD=\frac{1}{4}BC$，若作 BC 的中线 AE，则 BE＝2BD，△ABE 是等腰三角形；此时∠AEB＝2∠C，所以∠EAC＝∠C，即△EAC 也是等腰三角形，可求得 $AE=AB=\frac{1}{2}BC$，即可求出 AB 的长．

【解答】解：如图：作 BC 边上的中线 AE

∴$BE=CE=\frac{1}{2}BC=10$

∵BD＝5

∴DE＝BD＝5

∴AB＝AE 即△ABE 是等腰三角形

∴∠B＝∠BEA

∵∠BEA＝∠C+∠CAE

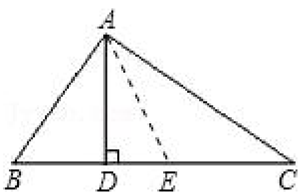
∠B＝2∠C

∴∠C＝∠CAE，即△CAE 是等腰三角形

∴AE＝CE＝10

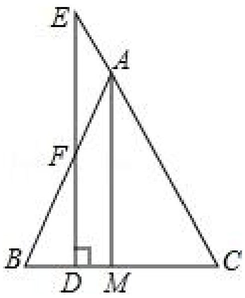
∵AB＝AE

∴AB＝AE＝CE＝10．



【点评】此题主要考查的是等腰三角形的判定和性质，作出辅助线正确构建出等腰三角形是解答此题的关键．

2．如图，在△ABC 中，$AB=AC$，AM 是 BC 边的中线，点 E 在 CA 的延长线上，$ED\parallel AM$ 交 BC 于 D，交 AB 于 F，求证：$AE=AF$．



【分析】根据等腰三角形的三线合一，可得 $AM\perp BC$，$AM\parallel ED$，即可得出 $ED\perp BC$，根据互余可得，$\angle E+\angle C=90°$，$\angle B+\angle BFD=90°$，结合对顶角相等，可得出$\angle E=\angle EFA$，即可证得；

【解答】证明：∵$AB=AC$，M 为 BC 边的中点，

∴$AM\perp BC$，$\angle B=\angle C$，

∵$AM\parallel ED$，

∴$ED\perp BC$，

∵$\angle E+\angle C=90°$，$\angle B+\angle BFD=90°$，

$\angle B=\angle C$，

∴$\angle E=\angle BFD$，

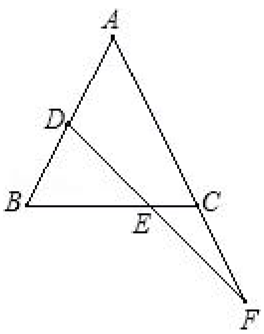
又∵$\angle BFD=\angle AFE$，

∴$\angle E=\angle AFE$，

∴$AE=AF$．

【点评】本题主要考查了等腰三角形的性质，互余的定义，对顶角的性质，利用等腰三角形的三线合一是解答此题的关键．

3．如图，已知△ABC 中，$AB=AC$，D、E 分别是 AB 和 BC 上的点，连接 DE 并延长与 AC 的延长线交于点 F，若 $DE=EF$，求证：$BD=CF$．



【分析】过 D 作 $DG\parallel AF$ 交 BC 于 G，证明△DGE≌△FCE，得出 $DG=CF$，再证明 DB

$=DG$，通过等量代换得到 $BD=CF$.

【解答】证明：过 D 作 $DG\parallel AF$ 交 BC 于 G，如图，

则 $\angle F=\angle GDE$，$DE=EF$，$\angle DEG=\angle FEC$

$\therefore\triangle DGE\cong\triangle FCE$（$ASA$），

$\therefore GD=CF$，

$\because AB=AC$，

$\therefore\angle B=\angle ACB$，

又$\because DG\parallel AF$，

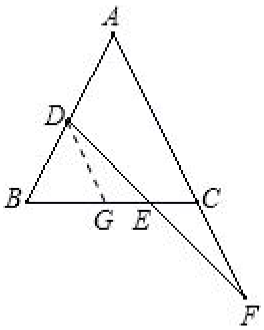
$\therefore\angle ACB=\angle BGD$，

$\therefore\angle B=\angle BGD$，

$\therefore BD=GD$，

又$\because GD=CF$，

$\therefore BD=CF$.



【点评】本题考查了等腰三角形的性质及全等三角形的判定与性质；解题中主要利用全等三角形对应边相等和等角对等边的性质解答，作辅助线构造全等三角形是解题的关键，也是难点.